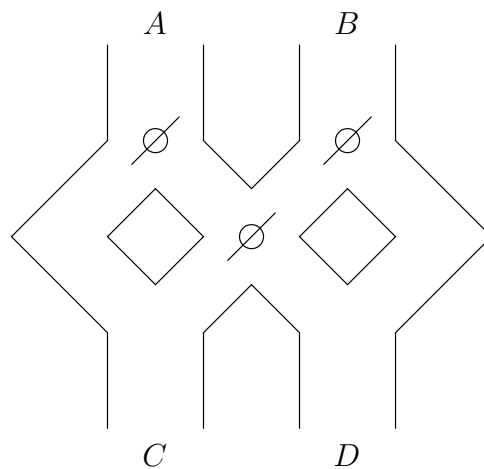


Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Spielzeug*

Betrachten Sie das folgende dargestellte Spielzeug:



Eine Kugel wird in A oder B eingeworfen. Je nach Ausrichtung der drei Weichen fällt die Kugel nach links oder rechts. Immer wenn, eine Kugel auf eine Weiche trifft, bewirkt dies eine Richtungsänderung der Weiche so, daß die nächste Kugel, die auf die Weiche trifft, auf die andere Seite fällt.

- (a) Wie ist die Menge Z der inneren Zustände des Spielzeugs?
- (b) Der Einwurf einer Kugel bei A wird mit der Eingabe 0 bezeichnet, der Einwurf einer Kugel bei B mit 1. Gesucht ist eine möglichst übersichtliche Darstellung der Übergangsfunktion

$$\delta : Z \times \{0, 1\} \rightarrow Z$$

des Spielzeugs.

- (c) Geben Sie, aufbauend auf der vorherigen Teilaufgabe, einen endlichen Automaten an, der genau die Eingabesequenzen akzeptiert, bei denen die letzte Kugel bei D herausfällt. Dabei ist das Spielzeug anfänglich im oben gezeichneten Zustand.
- (d) Beschreiben Sie die Menge der akzeptierbaren Sequenzen.

Aufgabe 2 *Chomsky-Grammatiken*

Entwerfen Sie eine Grammatik für römische Zahlen. Geben Sie eine Ableitung in Ihrer Grammatik für 1998 und 8991 in römischen Ziffern an.

Hinweis. Folgendes schreibt die Brockhaus-Enzyklopädie über römische Ziffern.

römische Ziffern, die im alten Rom bis ins christl. Spät-MA. hinein, heute nur noch für ganz wenige Zwecke gebräuchl. Zahlzeichen.

I = 1	IX = 9	XXX = 30	CC = 200
II = 2	X = 10	XL = 40	CCC = 300
III = 3	XI = 11	L = 50	CCCC oder
IV = 4	usw.	LX = 60	CD = 400
V = 5	XX = 20	LXX = 70	D = 500
VI = 6	XXI = 21	LXXX = 80	DC = 600
VII = 7	usw.	XC = 90	M = 1000
VIII = 8	XXIX = 29	C = 100	MCM = 1900

Bei der heutigen Verwendung von r. Z. dürfen höchstens drei gleiche Zahlzeichen I, X oder C hintereinandergeschrieben werden (also z.B. CD und nicht CCCC). Auch darf vor einem Zahlzeichen immer nur ein kleineres stehen (nicht IIC, sondern XCVIII; nicht IXC, was als 89 oder 91 gelesen werden könnte, sondern LXXXIX oder XCI). Diese subtraktive Schreibweise gab es bei den Römern nur ansatzweise; sie wurde später eingeführt.

Aufgabe 3 *Weihnachtsaufgabe*

Der Weihnachtsmann hat dieses Jahr Probleme. Eigentlich weiß er sonst genau, welches Geschenk in welchem Paket er welchem Kind bringen soll. Doch jetzt hat dummerweise Engelchen Krauskopf die Geschenke eingepackt und auch den Auslieferungsauftrag entgegengenommen. Und Engelchen Krauskopf vergißt immer das meiste. Es hat die fünf Geschenke sorgfältig in verschiedenfarbiges Papier eingepackt, in einer Reihe vor den Schlitten des Weihnachtsmanns gestellt und ist abgehauen. An jedem Paket hängt noch eine Leckerei. Der Weihnachtsmann macht Engelchen Krauskopf ausfindig und fragt es aus. Leider erfährt er nur folgendes:

- Ernst bekommt das rote Paket.
- Stefan bekommt den Bildatlas.
- Das grüne Paket bekommt das Kind mit dem Tannenbäumchen im Fenster.
- Bei Uwe sind Eisblumen im Fenster.
- Das grüne Paket steht—wenn man vor dem Schlitten steht—unmittelbar rechts neben dem weißen.

- Die Schokokugeln hängen an dem Paket mit der Eisenbahn.
- Die Lakritze hängt an dem gelben Paket.
- Das Paket, das in der Mitte steht, bekommt das Kind mit dem Engelchen im Fenster.
- Das Geschenk für Norbert steht ganz links.
- Die Karamelbonbons hängen an dem Paket, das neben dem mit den Büchern von Karl May steht.
- Die Lakritze hängt an dem Paket, das neben dem mit dem Skateboard steht.
- Die Gummibärchen bekommt das Kind mit der Krippe im Fenster.
- Jens bekommt das Paket mit den Zuckerstäbchen.
- Norberts Geschenk steht neben dem blauen Paket.

Welches Kind hat einen Stern im Fenster? Wer bekommt das Feuerwehrauto?

Frohe Weihnachten und Alles Gute für 2005!